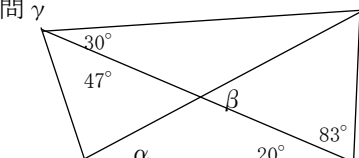


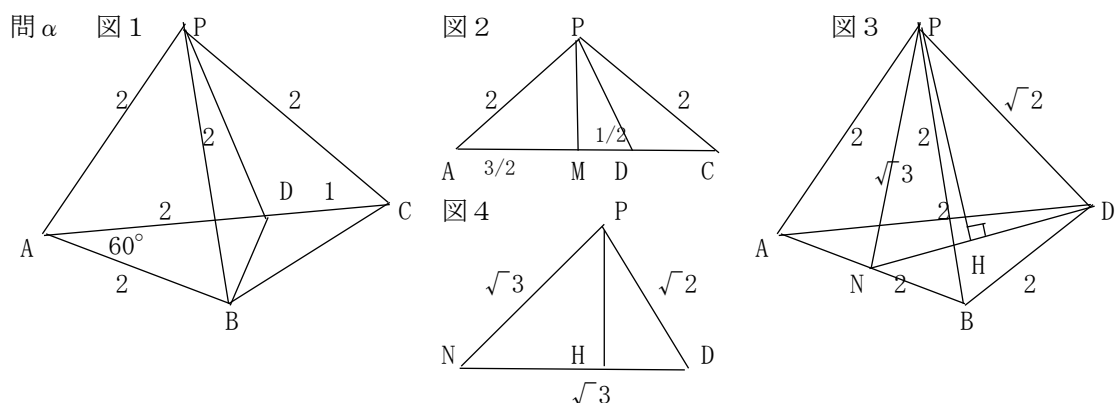
「近くの県立高校（2学期制）第1学年後期中間考查の問題から」
 久しぶりに高校の数学の試験問題をやってみました。とまどった問題を3つ紹介します。
 ご感想やご意見、間違いのご指摘などあれば、お聞かせください。

----- < 問 題 > -----

(問 α 、 β と問 γ は別の科目)

問 α	PA = PB = PC = AB = 2、CA = 3、 $\angle BAC = 60^\circ$ の三角錐P-ABC の体積を求めよ。
問 β	AB = 4、BC = CA = 8 である $\triangle ABC$ の外接円上に点 D を AD = 4 であるようにとる。 CD の長さを求めよ。ただし、点 B と点 D は異なる。(問 α 、問 β ともに図なし)
問 γ	 図で、α、β の角度を求めよ。

----- < 解答案 > -----



① (図1) 辺AC 上に AD = AB = 2 となる点D をとれば、 $\angle BAD = 60^\circ$ だから、 $\triangle ABD$ は正三角形になり、BD = 2、DC = 1

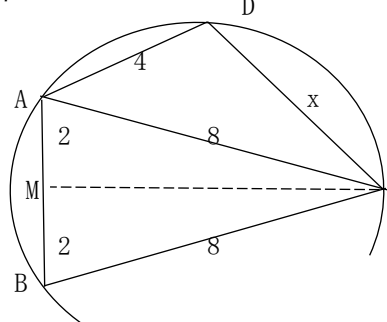
② (図2) AC = 3 の中点を M とすれば、AM = 3/2、MD = 1/2、PM $\perp$ AC だから
 $PM = \sqrt{4 - (3/2)^2} = (\sqrt{7})/2$ 、 $PD = \sqrt{(7/4) + (1/4)} = \sqrt{2}$

③ (図3) AB の中点を N とし、点P から直線DN に垂線PH を下す。 $\triangle PAB$ 、 $\triangle DAB$ は正三角形、PN = DN = $\sqrt{3}$ 。PN、DN $\perp$ AB より 平面PND $\perp$ AB で PH $\perp$ AB、
 また PH $\perp$ ND だから PH $\perp$ 平面ABD になり、PH は三角錐P-ABD(C) の高さになる。

④ (図4) 余弦定理により、
 $\cos \angle PND = \frac{3 + 3 - 2}{2 \cdot 3} = \frac{2}{3}$ だから $\sin \angle PND = \sqrt{1 - (2/3)^2} = \frac{\sqrt{5}}{3}$
 $\therefore PH = \sqrt{3} \times \frac{\sqrt{5}}{3} = \frac{\sqrt{15}}{3}$

⑤ $\triangle ABC = (1/2) \cdot 2 \cdot 3 \cdot \sin 60^\circ = (3\sqrt{3})/2$ だから三角錐P-ABC の体積は
 $\frac{1}{3} \cdot \frac{3\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{\sqrt{15}}{3} = \frac{\sqrt{5}}{2}$ (BC = $\sqrt{7}$ で、6つの辺の長さから、直接、三角錐の体積を求めるのは・・・?)

問 β AB の中点をM とすれば AM = BM = 2、 $\cos \angle A(M)BC = 2/8 = 1/4$



$\angle ADC = 180^\circ - \angle ABC$ だから $\cos \angle ADC = -1/4$

CD = x とすると余弦定理より、

$$\frac{16 + x^2 - 64}{8x} = -\frac{1}{4} \quad \therefore x^2 + 2x - 48 = 0$$

$$(x - 6)(x + 8) = 0 \quad CD = x = 6$$

問 γ $(30^\circ + 47^\circ) + (83^\circ + 20^\circ) = 180^\circ$

だから四角形は円に内接する。

$$\therefore \alpha = 30^\circ, \beta = \alpha + 20^\circ = 50^\circ$$

(円周角と関係なしで求められるか・・・?)