数学散歩　Ⅸ－10　　　　　　　　　　２０１８．６ β　　岐阜市　村山錞司

問題づくりの参考に　　：PART　５

「整数　板垣・土師　アレフ社」（大学受験参考書　昭和55年5月1日　３版発行 600円）その１
進学校に勤めて２、３年の頃、補習や実考の問題づくりの参考にしました。
シリーズ　数列・級数、整数、空間図形、・・・の中の１冊
（構成）Ａ　基礎編(85p)　Ｂ　応用編(60p)　Ｃ　研究編(63p)

ご感想やご意見、間違いのご指摘などあれば、お聞かせください。

＜問題など＞

Ａ　基礎編　Ⅰ　整数

演習⑴　（問題　〔１〕～〔５〕から２、３紹介（いずれも解は後掲））

〔３〕　７進法で表わされた次の数の計算の結果を５進法で表わせ。
⑴　356 + 203　⑵　1024 － 566　⑶　306 × 42　⑷　651 ÷ 21

＜３通りの方法が考えられる＞
（方法Ａ）（本の解法－基本）１０進法に直して計算し、結果を５進法に直す。
（方法Ｂ）　７進法のまま計算し、結果を５進法に直す。
（方法Ｃ）　７進法の２数を５進法に直して計算する。

〔４〕　ある正の整数の１位の数の５倍と、その１位の数を消して得られる数（765 なら 76）との差が 17 の倍数のときは、始めの整数もまた、17 の倍数であることを示せ。

数字の 5 とか 17 とか、妙な感じがします。どこから出てきたのか不思議です？？

〔５〕設問⑴　10 進法の 365 を 2 進法でかくとどうなるか。
設問⑵　2 進法で 101101 と 1011 の積は 2 進法ではどうなるか。
＜追加の問題＞　設問⑵の結果の答に等しい数を、別の 2 進法での２数の積で表わせ。
設問⑶は略

＜答など＞

〔３〕　７進法で表わされた次の数の計算の結果を５進法で表わせ。
⑴　356 + 203　⑵　1024 － 566　⑶　306 × 42　⑷　651 ÷ 21

⑴　356 + 203

（方法Ａ）　$356(7) = 3\times7^2 + 5\times7 + 6 = 188$　（10 進法の場合、(10) は省略、以後も同様）
$203(7) = 2\times7^2 + 0\times7 + 3 = 101$

188 + 101 = 289

5)289
5)57 …4
5)11 …2
2 …1

289 = 2124(5)

（方法Ｂ）356 + 203 (7) = 562

5)5 6 2^7 (7)
5)1 $1^7 1^{21}$ …4
5) 1 4^7 …2
2 …1

5÷5=1、6÷5=1…1、1×**7**+2=9、9÷5=1…4
1×**7**+1=8、8÷5=1…3、3×7=**21**、21+1=22、22÷5=4…2
1×**7**+4=11、11÷5=2…1
562(7) = 2124(5)　（何とか判読をよろしく）

（方法Ｃ）
5)3 $5^{21}6^7$ (7)
5)5 …3
5)1 …2
1 …2

5)2 $0^{14}3^{28}$ (7)
5)2 6^{14} …1
4 …0

1223 + 401 (5) = 2124

356(7)=1223(5)　203(7)=401(5)

（参考）
方法Ａについて

10)3 $5^{21}6^{42}$ (7)
10)2 4^{14} …8
1 …8

356(7)=188

10)2 $0^{14}3^{28}$ (7)
10)1 3^7 …1
1 …0

203(7)=101

⑵　1024 － 566

（方法Ａ）　$1024(7) = 1\times7^3 + 2\times7 + 4 = 361$、$566(7) = 5\times7^2 + 6\times7 + 6 = 293$

361 － 293 = 68

5)68
5)13 …3
2 …3

（10 進法を 5 進法に）68 = 233(5)

（方法Ｂ）　1024
5)1 2^7 5^{28} (7)

$-$ 566 (7)　　5) 1 6^7 …3

125　　　2 …3　（ 7 進法を 5 進法に）　125(7) = 233(5)

（方法Ｃ）　5) 1 $0^7 2^{14} 4^7$ (7)　　5) 5 6 6^7 (7)

5) 1 $3^7$2 …1　　5) 1 $1^7 2^{21}$ …3　　2421

5) 2 0^{14} …2　　5) 1 4^7 …3　　$-$ 2133 (5)　（ 5 進法での引算）

2 …4　　2 …1　　233

1024(7)=2421(5)　　566(7)=2133(5)

⑶　306 × 42

（方法Ａ）　306(7) $=3\times7^2 + 6 = 153$、　　5) 4 5 9 0

42(7) = 4×7 + 2 = 30　　5) 9 1 8 …0

153　　5) 1 8 3 …3

× 30　　5) 3 6 …3

4590　　5) 7 …1

1 …2　　4590=121330(5)

（方法Ｂ）　306　　5) 1 $6^7 2^{21} 4^{21}$5 (7)

× 42 (7)　　5) 2 $4^{14} 5^{21} 1^7$ …0

615　　5) 3 $5^{21} 1^7$ …3

1533　　5) 5 1 …3

16245　　5) 1 0^7 …1

（ 7 進法での掛算）　1 …2　　16245(7)=121330(5)

（方法Ｃ）　5) 3 0^2 (7)　　5) 4 2^{28}　　1103

5) 4 …3　　5) 6 …0　　× 110 (5)　（ 5 進法での掛算）

5 …0　　1 …1　　1103

1 …1　　1103

306(7)=1103(5)　42(7)=110(5)　　121330　　121330(5)

⑷　651 ÷ 21

（方法Ａ）　651(7) $=6\times7^2 + 5\times7 + 1 = 330$、　　5) 22

21(7) = 2×7 + 1 = 15、　　4…2

330 ÷ 15 = 22　　22 = 42(5)

（方法Ｂ）　31

21)651 (7)　　5) 31(7)

63　（ 7 進法での割算）　　4…2

21　　651 ÷ 21 = 31(7) = 42(5)

（方法Ｃ）　5) 6 $5^7 1^{14}$ (7)　　5) 2 1^{14}(7)　　42　（←同じ→）

5) 1 $2^7 3^{28}$ …0　　3 …0　　30) 2310 (5)　　30) 2 $3^{10} 1^5$0 (5)

5) 1 6^7 …1　　22　　4 2

2 …3　　11　（ 5 進法での割算）

651(7)=2310(5)　21(7) = 30(5)　　2310 ÷ 30 = 42 (5)

〔４〕　ある正の整数の１位の数の５倍と、その１位の数を消して得られる数（765 なら 76）との差が 17 の倍数のときは、始めの整数もまた、17 の倍数であることを示せ。

（略証）　ある数を 10a + b とすると、5b − a = 17k、a = 5b − 17k

10a + b = 10(5b − 17k) + b = 17(3b − 10k)

〔５〕設問⑴　10 進法の 465 を 2 進法でかくとどうなるか。

設問⑵　2 進法で 101101 と 1011 の積は 2 進法ではどうなるか。

＜追加の問題＞　設問⑵の結果の答に等しい数を、別の 2 進法での２数の積で表わせ。

（解）設問⑴　101101101(2)

設問⑵　101101　　101101(2) = 1+4+8+32 = 45

× 1011　　1011(2) = 1+2+8 = 11、45×11 = 495

101101　　＜追加の問題＞

101101　　1111011111(2) = 495 = 3^2×5×11

101101　　（例として）

111101111　　495 = 15×33 = 1111(2)×100001(2)　（他には・・・）

= 9×55 = 1001(2)×110111(2)