数学散歩　Ⅸ－11　　　　　　　　　２０１８．７．α　　岐阜市　村山錞司

問題づくりの参考に　　：PART　５

「整数　板垣・土師　アレフ社」(大学受験参考書　昭和55年5月1日　３版発行 600円）その２

ご感想やご意見、間違いのご指摘などあれば、お聞かせください。

＜本論に入る前に、最近、気になった本の紹介などいろいろ＞

次は、図書館で手にした本です。大変な時代になりました。参考になればと思い紹介します。

「スマホ中毒症　『21世紀のアヘン』から身を守る21の方法」（講談社＋α新書）

＜巻末から「21の方法」＞

1　調べ物は、ﾈｯﾄ検索よりも辞書や事典を使う
2　大事な関係者の電話番号は暗記する
3　企画書はｺﾋﾟﾍﾟしないで、自分自身の言葉で書く
4　買い物をするときは暗算する
5　腹が立ったﾒｰﾙにはすぐに返信しない
6　「忙しい」は口にしない
7　仕事で使う以外の本を読む
8　尊敬する人以外からの評価は気にしない
9　「少欲知足」の生活をこころがける
10　美術館に行って、本物の芸術に親しむ
11　古代人の〝超技術”に触れる
12　五感で四季を味わう
13　旬のものを食べる
14　〝閑”な時間を有意義に過ごす
15　共鳴できる友人をもつ
16　旅先から絵はがきを書いて送る
17　「ありがとう」を口癖にする
18　瞑想などをして〝心の眼”を開く
19　予定を入れない日をつくる
20　写経をする
20　寅さんの生き方に学ぶ

「ＡＩが人間を殺す日　軍、医療、兵器に組み込まれる人口知能」（集英社新書）

第１章　ＡＩ脅威論の虚実　第２章　自動運転車の死角　第３章　ロボ・ドクターの誤診

第４章　自律的兵器の照準　第５章　スーパー・オートメーションの罠

「コンピュータ時代の入試数学　崩壊から再生へ」　（桐書房）

第１章　日本だけの入試数学
第２章　入試の勝者が脱落する悲劇
第３章　数学的能力は試験で測れるか
第４章　離散系数学の時代
第５章　コンピュータ時代は「全員が主役」
第６章　入試数学再生のために

（第１章の中から）　数学の問題はいくらでも難しくできる

一例をあげてみよう。次の問１である。　問１はある市立中学の入試問題である。小学算数の知識だけで解けるものであるから、腕に自信のある人は挑戦してみてほしい。１０分以内に解けた読者はそんなにいなかったはずだ。・・・問１は難問というよりは悪問・・・愚問といった方が・・・

問１　ある夜店では６０％の利益を見込んで定価をつけ、８個１パックでたこ焼きを売っていました。 しかしまったく売れないので１パックにつき２個をおまけにつけ、さらに定価の１０％引きで売 ったら、１パックの利益は何%になりますか。

（本の略解）１個の仕入れ値段を１とすると、８個１パックの定価は 1.6×8 = 12.8 一方、売った代金は 1.6×8×0.9 = 11.52 であるから、もうけは 11.52−10(=8+2) = 1.52 したがって、

1.52÷12.8 = 0.11875 より、11.875 ％

（私の解）もうけ÷仕入れ値 = 1.52 ÷ 10 (=8+2) = 0.152 より、15.2 ％　　利益とは？

＜月刊誌の表紙裏から＞　何かのコマーシャル？の中の１文　妙に気になりました。・・・

「魚三層倍、呉服五層倍、花八層倍、薬九層倍、百姓百層倍、坊主丸儲け」…「ヤブ医者の玄関」

＜本論に戻って＞

＜問題など＞

Ａ　基礎編　Ⅱ　Ａ＝ＢＱ＋Ｒ

演習⑵　　（問題　〔６〕～〔１４〕から２、３紹介（いずれも解は後掲））

〔８〕　28/9、35/12、56/15、91/25　のどれにかけても、その積が整数となる分数のうちで正で最小となるものを求めよ。

〔9〕 ⑴（略）⑵ 12 で割ると 5 余り、17 で割ると 6 余るような正の整数で最小のものを求めよ。
〔11〕　次のことを証明せよ。 ⑴ 奇数の平方は 8 で割れば 1 余る。 ⑵ 連続する３つの奇数の平方の和に 1 を加えると12 で割り切れるが、24 では割り切れない。 ⑶ １つの整数と、その3乗を 6 で割った余りは等しい。
〔12〕 m、n を 7 で割った余りは、それぞれ 3 と 4 余る。次の各数を 7 で割った余りを求めよ。 ⑴ $m+n$　⑵ mn　⑶ n^3　⑷ n^{50}
〔14〕 n を整数とするとき、n^5-n は 30 の倍数であることを示せ。

＜答など＞

〔８〕　28/9、35/12、56/15、91/25　どれにかけても整数となる分数で最小となるもの

（解）（分子の最大公約数）G = 7　（分母の最小公倍数）　L = 900

求める分数は L/G = 900/7

（参考）(28/9)・(900/7)=400、(35/12)・(900/7)=375、(56/15)・(900/7)=480、(91/25)・(900/7)=468

〔９〕⑵　12 で割ると 5 余り、17 で割ると 6 余るような正の整数で最小のもの

（解１）　$12m+5=17n+6$ を満たす自然数で最小なものを求めればよい。（以下、文字は整数）

$m=\dfrac{17n+1}{12}=n+\dfrac{5n+1}{12}$、　$5n+1=12h$、　$n=2h+\dfrac{2h-1}{5}$、　$2h-1=5k$、

$h=2k+\dfrac{k+1}{2}$、　$k+1=2j$、　$k=2j-1$

よって　$h=5j-2$、　$n=12j-5$　　$m=17j-7$　　$j=1$ として $m=10$、$n=7$

$120+5=119+6=125$

（解２）互除法を利用

2	12	17	1
	10	12	
1	2	5	2
	1	4	
	1	1	

⇒

2	12	17	1
	−) $-2\cdot12+2\cdot17=10$	−) 12	
1	$3\cdot12-2\cdot17=2$	$-1\cdot12+1\cdot17=5$	2
	−) $-7\cdot12+5\cdot17=1$	−) $6\cdot12-4\cdot17=4$	
	$10\cdot12-7\cdot17=1$❷	$-7\cdot12+5\cdot17=1$❶	

❸ $17\cdot12-12\cdot17=0$
を利用して、
❶＋❸＝❷
としてもよい。

❷より、
$10\cdot12+5=7\cdot17+6=125$

〔11〕⑴　奇数の平方は 8 で割れば 1 余る。
⑵　連続する３つの奇数の平方の和に 1 を加えると12 で割り切れるが、24 では割り切れない。
⑶　１つの整数と、その3乗を 6 で割った余りは等しい。

（解）⑴　$(2n+1)^2=4n(n+1)+1$、$n(n+1)$ は連続２整数の積で偶数、右辺は８で割れば１余る。

⑵　$(2n-1)^2+(2n)^2+(2n-1)^2+1=12\{n(n+1)+1\}$　　{ }の中は奇数

⑶　$n^3-n=(n-1)\cdot n\cdot(n+1)$

連続３整数は、偶数と３の倍数を含むから、その積は６の倍数。

〔12〕 m、n を 7 で割った余りは 3 と 4 。⑴ $m+2n$ ⑵ mn ⑶ n^3 ⑷ n^{50} を 7 で割った余りは？

（解）⑴　4　⑵　5　⑶　1　⑷　$n^{50}=(n^3)^{16}\cdot n^2$　　より余りは 2

〔14〕 n^5-n は 30 の倍数である。

（解）$n^5-n=n(n+1)(n-1)(n^2+1)$　　すべての整数は、5m、5m±1、5m±2 のいずれか

$n=5m$　のとき　n 自身が 5 の倍数

$n=5m\pm1$　のとき　$(n+1)(n-1)$ が 5 の倍数

$n=5m\pm2$　のとき　$n^2+1=5\cdot(5m^2\pm4m+1)$ が 5 の倍数

また、$n(n+1)(n-1)$ は（11｝⑶と同様、連続３整数の積で 6 の倍数で 5×6= 30 の倍数