数学散歩　Ⅸ - 18　　　　　　　　２０１８．１０．β　　岐阜市　村山錞司

問題づくりの参考に　　：PART　６

「確率・統計　会田・板垣　アレフ社」(大学受験参考書)　その１

シリーズ　数列・級数、整数、空間図形、・・・の中の１冊

（構成）Ａ　基礎編(150p)　Ｂ　応用編(52p)　Ｃ　研究編(43p)

確率・統計は何かとっつきにくく、大学の所属学科では単位未修得、他の学部、学科で何とか・・・。気になる事項、問題、話題、追加した私の問題などで楽しみ、学び直しです。

ご感想やご意見、間違いのご指摘などあれば、お聞かせください。

＜つまらない悩み＞　右回りと左回り、川の右岸と左岸はどちらか、いつも迷います。

＜質問です＞　エクセルの表計算の利用で困っています。ご助言などあればよろしく。

○ = 23 で ○^{4} = 279841 なのにどうして ○ = 7523 で ○^{4} = 3203053902789840 こうなるの？

Ａ　基礎編

（構成）　Ⅰ　順列・組合せ（38 ｐ）　Ⅱ　確率（44 ｐ）

Ⅲ　分布（52 ｐ）　Ⅳ　推測統計の基礎（14 ｐ）

Ⅰ、Ⅱを中心に、Ⅲ、Ⅳはポイントのみの予定。また、問題、話題と私が追加した問題などを紹介します。

＜問題、解など＞

Ⅰ　順列・組合せ

１　場合の数

演習（１）([１]～[４] から)

［３］ 68 人に、A、B、C の 3 都市への旅行の経験を調査したところ、全員が A、B、C のうちの少なくとも 1 つは行ったことがあった。また、B と C、C と A、A と B の両方へ行ったことのある人の数は、それぞれ、21 人、19 人、25 人であり、B と C の少なくとも一方、C と A の少なくとも一方、A と B の少なくとも一方へ行ったことのある人の数は、それぞれ 59 人、56 人、60 人であった。このとき、A 、B 、C の全部へ行ったことのある人の数は何人か。

(何とかなるバカラシー問題ですが、疲れます。一度はチャレンジを！！)

(略解)　A の人数を n(A)　・・・ として、問題文から、

$n(A\cup B\cup C) = 68$、　$n(B\cap C) = 21$、　$n(C\cap A) = 19$、　$n(A\cap B) = 25$、

$n(B\cup C) = 59$、　$n(C\cup A) = 56$、　$n(A\cup B) = 60$、

$n(B\cup C) = n(B) + n(C) - n(B\cap C)$ より、　$n(B) + n(C) = 59 + 21 = 80$、

同様にして、 $n(C) + n(A) = 56 + 19 = 75$、 $n(A) + n(B) = 60 + 25 = 85$、

$n(A) + n(B) + n(C) = (80 + 75 + 85)/2 = 120$　$\therefore$ $n(A) = 40$、$n(B) = 45$、$n(C) = 35$

$n(A\cup B\cup C) = n(A) + n(B) + n(C) - n(B\cap C) - n(C\cap A) - n(A\cap B) + n(A\cap B\cap C)$

$n(A\cap B\cap C) = 68 - 120 + 65 = 13$　(人)　(答)

２　順列

演習（２）([５]～[10] から)

［９］ 立方体の面を 6 色でぬり分ける方法は何通りあるか。

(疑問点など：各面を「ぬり分ける」だから、隣り合う２面は「別の色」になる。

「一部の色」だけでもいいか？ ➡ ここでは「6 色すべて使う」とする。

(略解) ①　１つの面を固定し、どの色でもよいからぬる。反対の面は残り 5 通り。

②　残り 4 面は回転することで、4 色の円順列。(4-1)！= 6 通り。

①、②より、5 × 6 = 30 通り。　(参考：「数学散歩　Ⅸ-5 2018.4 α　問題 9」再掲)

(参考)　最低何色が必要か？　向かい合う 2 つの面は同じ色でもよいから、3 色あればよい。

よって、6 色で、とした場合、6 色から 3 色の選び方で、${}_6C_3 = 20$ 通り。

《質問１》　4 色、5 色でぬり分けた場合、それぞれ何通りになるか。

＜4 色＞ ①　6 面あるから、向かい合う 2 組の対面は同じ色で、${}_4C_2 = 6$ 通り。

②　残り 2 つの面（ 2 色)のぬり方は、ひっくり返しても同じだから、1 通り。

①、②より、6 通り。

＜5 色＞ ①　1 組の向かい合う対面（上、下）は同じ色で、5 色あるから、5 通り。

②　残り 4 色で側面をぬる。じゅずと同じで、(4-1)！/2 = 3 通り。

①、②より、5×3 = 15 通り。

《質問２》　6 色のうち、4 色、5 色を使った場合は、それぞれどうなるか。

(解) ＜4 色＞　① 4 面（側面）の 2 組の対面どうしを同じ色（ 2 色）でぬる。${}_6C_2 = 15$ 通り

② 残り 4 色から 2 色を選び、（上、下） 2 面をぬる。ひっくり返しても同じだから、
$_4C_2/2 = 6$ 通り。　　　　　　　　①、②より、$15\times6 = 90$ 通り。

＜5 色＞ ① 向かい合う 2 面（上、下）は同じ色で 6 通り。

② 残り 5 色から 4 色を選び、（上、下） 2 面をぬる。ひっくり返しても同じだから、
じゅずと同じで、$_5C_4\times(4-1)!/2 = 15$ 通り。　①、②より、$6\times15 = 90$ 通り。

（影の声：「じゅず」の「数」は、前ですか後ですか？
漢字で書いてみてください。）　□ジュ □ズ

（別解１）「本問〔９〕」の 30 通りの立方体を並べて、固定し、3 組の対面どうしの
（上、下）、（左、右）、（前、後）の（○、△）について、

＜4 色＞ 3 組から 2 組選んで △の色を○の色と同じにする。

＜5 色＞ 3 組から 1 組選んで △の色を○の色と同じにする。

ともに、3 通りあり、$30\times3 = 90$ 通りになる。

（別解２） 質問１の答を利用

＜4 色＞ 6 色から 4 色選んで、 $_6C_4 = 15$ 通り。 $15\times6 = 90$

＜5 色＞ 6 色から 5 色選んで、 $_6C_5 = 6$ 通り。 $6\times15 = 90$

ともに、 90 通りになる。　数 珠

演習（３）（[11]～[14] から）

[11] 10 段ある階段がある。これをのぼるのに、１段ずつでも、２段ずつでもよく、また、
１段と２段をまぜてのぼってもよいとすれば、のぼり方は何通りあるか。

（参考）「数学散歩 寄り道-4 2017.9.?」の③《ﾌｨﾎﾞﾅｯﾁ数列など…》で扱っています。
参考になりそうな事項を少し紹介します。

（略解） 10 段の 1 段と 2 段ののぼり方（素朴に）

1 段ずつ	1111111111		1 通り
2 段 1 回	211111111	$_9C_1 =$	9 通り
2 段 2 回	22111111	$_8C_2 =$	28 通り
2 段 3 回	2221111	$_7C_3 =$	35 通り
2 段 4 回	222211	$_6C_4 =$	15 通り
2 段ずつ	22222		1 通り

$1+9+28+35+15+1 = 89$ 通り　（答）

（復習） n 段ののぼり方を f(n) とすると、

n-1 段目までのぼって、1 段のぼる　f(n-1) 通り

n-2 段目までのぼって、2 段のぼる　f(n-2) 通り

∴ $f(n) = f(n-1)+f(n-2)$ （$= f(n-2)+f(n-1)$ ）

$f(1) = 1$、$f(2) = 2$（1+1 と 2）

$f(3) = 1+2 = 3$（1+1+1、1+2、2+1）

・・・

（発展問題） $f(2n) = f(n)^2 + f(n-1)^2$ $(n\geqq2)$ を証明せよ。

（いろいろ楽しんでください）

[14] 黒球 4 個、白球 2 個、赤球 1 個を円形に並べる仕方は何通りあるか。また、これら
の球で何通りのじゅず（数珠）ができるか。

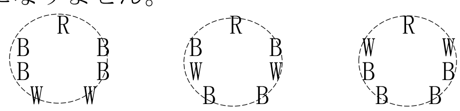
（略解）＜円形＞ 赤球１個を配置し、右隣から黒４個、白２個を並べればよい。

$6!/(4!\times2!) = 15$ 通り

＜数珠＞ 対称形だからといって、15 ÷ 2 は整数になりません。

赤 R、黒 B、白 W として対称になるのは、

右図の 3 通りで、$(15-3)/2 + 3 = 9$ 通り。



３ 組合せ

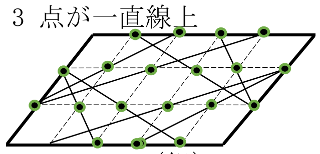
演習（４）（[15]～[18] から）

[15] 6 本の平行線が他の 4 本の平行線と交わってできる平行四辺形はいくつあるか。また、
これらの平行四辺形（平行線）がすべて等間隔であるとき、それらの交点を結んでできる
３角形は何個あるか。

（略解） 平行四辺形の数は、 $_6C_2\times{}_4C_2 = 90$ （個）　交点の数は、$6\times4 = 24$

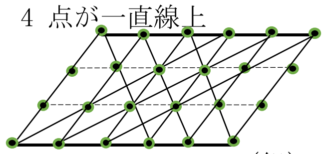
3 点を結べば３角形になるが、3 点が一直線上に並べば（一組）３角形はできない。

3 点が一直線上



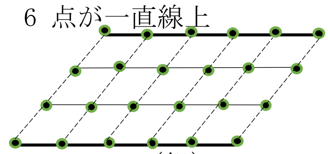
8 （組）

4 点が一直線上



$6 + 3\times2 = 12$ （組）

6 点が一直線上



4 （組）

以上より、 $_{24}C_3 - (8 + 12\times{}_4C_3 + 4\times{}_6C_3) = 1888$ （個）

＜つまらない悩み＞時計の針の回る向きが右、川下に向かって右側が右岸。本当かな？（ネットで検索すると？）