数学散歩　Ⅸ－22　　　　　　　　　２０１８．１２．β　　岐阜市　村山鐸司

問題づくりの参考に　　：PART　６

「確率・統計　会田・板垣　アレフ社」(大学受験参考書)　その５

ご感想やご意見、間違いのご指摘などあれば、お聞かせください。

＜気になる記事を見かけましたので次に紹介します。＞

「よくわかる 単位の事典 星田直彦」（ﾒﾃﾞｨｱﾌｧｸﾄﾘｰ新書）

［参考］単位を書く時の注意

単位記号は斜体ではなく、立体で書く

×　３ *cm*　　○　３ cm

数値と単位記号の間は、間隔をあける

×　50kg　　○　50 kg　　　※例外として、平面角の度、分、秒（°、′、″）は、数値と単位記号の間に間隔をあけません。

人物名に由来する単位記号は、大文字で始める。

×　60 pa　　○　60 Pa（ﾊﾟｽｶﾙ）　※ただし、体積の単位「l(ﾘｯﾄﾙ)」については、数字の「1(いち)」との混同を避けるため、小文字の「l」に加えて「L」も単位の記号として用いることが1879年に認められました。

（追記　私は、ワープロではいつも l（小文字のエル）は ℓ（ﾘｯﾄﾙ）で対応しています。）

＜カンニングについて＞

「まさか！の日本史　KAWADE夢文庫」から

石川啄木は、ｶﾝﾆﾝｸﾞがばれて中学を中退した！・・・とくに成績が悪かったのが数学で、1902年(明治35)7月の学期末試験で、・・・隣席の特待生・○○○○に答を教えてくれるように頼み・・・　（そういえば、小生も高校時代、数学の試験で隣席の級友に・・・）

＜鍵と錠＞どちらがどちら？　　＜駐車場で「前向きに駐車を」＞　どちら向き？

いつも・・・悩んでください。

Ａ　基礎編

＜問題、解など＞

Ⅲ　分　布　(52P)

ここからは統計関係が中心になる。復習（？）を兼ねて、目次などテーマの紹介と、拾い読みして、気になった話題、問題などを取り上げる。

１　度数分布（演習(14) は略）

２　確率分布

演習（15)（[64]～[68] から）

[65]　1 つの袋の中に、赤球 3 個、白球 2 個が入っている。次の各々を確率変数とする確率分布を求めよ。

⑴　この袋から 1 個を取り出し、その色を調べたら袋に戻す。これを 3 回行って、そのうちの赤球の出る個数 X 。

⑵　この袋からいちいち袋に戻さずに 1 個ずつ 3 個の球を取り出すとき、その中に含まれている赤球の個数 Y 。

⑶　この袋からいちいち袋に戻さずに 1 個ずつ取り出すとき、赤球の出るまでの個数 Z 。

（略解）⑴　$P(X=0)=(2/5)^3 = 8/125$、$P(X=1)={}_3C_1(3/5)(2/5)^2 = 36/125$、

$P(X=2)={}_3C_2(3/5)^2(2/5) = 54/125$、　$P(X=3)=(3/5)^3 = 27/125$

⑵　$P(Y=0) = 0$、　$P(Y=1)={}_3C_1(3/5)(2/4)(1/3) = 3/10$、

$P(Y=2)={}_3C_2(3/5)(2/4)(2/3) = 3/5$、$P(Y=3)=(3/5)(2/4)(1/3) = 1/10$

⑵　$P(Z=1) = 3/5$、　$P(Z=2)=(2/5)(3/4) = 3/10$、$P(Z=3)=(2/5)(1/4)(3/3) = 1/10$

[66]　2 つの箱に、それぞれ 1 から 10 までの通し番号を書いた 10 枚のカードが入っている。各箱から同時に 1 枚のカードを取り出し、番号を比較して小さくない方の番号を X とするとき、X の確率分布を求めよ。

（略解）　2 つの箱から取り出すカードの番号を (a,b) とする。

$X = 1$ のとき、　(1,1) のみ　$P(X=1) = 1/100$

$X = 2$ のとき、　(1,2)、(2,1)、(2,2)　$P(X=2) = 3/100$

・・・

$X = k$ のとき、　(1,k)、(2,k)、…、(k,k)、(k,k-1)、(k,k-2)、…、(k,1)

$P(X=k) = (2k-1)/100$　($k=1,2,\cdots,10$)

（本の別解）　$P(X=k) = P(x \leqq k) - P(x \leqq k-1) = (k/10)^2 - ((k-1)/10)^2 = (2k-1)/10$

演習(16)、(17)（略）

平均値、分散、２項分布、連続型確率分布などの解説

演習(18)([76]～[80]から)

[76]　X は区間 (0,1) を動く確率変数で、確率密度関数 f(x) は、次のように与えられている。

$$f(x) = \begin{cases} kx(1-x) & (0<x<1) \\ 0 & (\text{その他}) \end{cases}$$

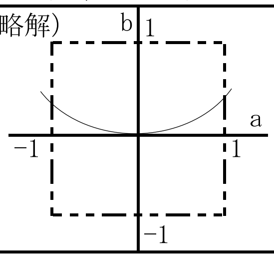
⑴　k の値を求めよ。　⑵　E(X)（平均）を求めよ。⑶　X の標準偏差を求めよ。

（略解）⑴　$\int_0^1 kx(1-x)dx = k/6 = 1$　∴　$k = 6$　⑵　$E(X) = \int_0^1 x \cdot 6x(1-x)dx = 1/2$

⑶　$V(X) = \int_0^1 x^2 \cdot 6x(1-x)dx - (1/2)^2 = 1/20$　∴　$\sigma = \sqrt{V(X)} = \sqrt{5}/10$

[78]　a、b は $|a| \leqq 1$、$|b| \leqq 1$ を満たす任意の実数値とするとき、方程式 $x^2 + ax + b = 0$ が実数解をもつ確率を求めよ。

（略解）



実数解をもつから、$D = a^2 - 4b \geqq 0$ より、　$b \leqq a^2/4$

$|a| \leqq 1$、$|b| \leqq 1$ の面積は 4 、(a,b) の満たす面積は、

$$2\int_0^1 ((a^2/4) - (-1))da = 13/6$$

よって、確率は　13/24

[79]　長さ a の線分 OA 上の 1 点 P をとるとき、OP、OA を隣辺とする長方形の面積の平均値を求めよ。ただし、点 P の分布は一様とする。

（略解）　$\int_0^a x(a - x)\,dx \,/\, a = a^2/6$

[80]　あるバスの停留場の発車時刻は毎時 0 分、15 分、35 分の 3 回である。バスの発車時刻を全く知らない人が、停留場で待たされる時間の平均値を求めよ。ただし、その人が、どの時刻に停留場にくるかは、全く偶然によるものとする。

（略解）　バスの運行時間中の○○時 x 分に停留場に着いたとすると、

待ち時間は、　15－x（$0<x \leqq 15$）、35－x（$15<x \leqq 35$）、60－x（$35<x \leqq 60$）

$$\therefore \left\{ \int_0^{15} (15 - x)dx + \int_{15}^{35} (35 - x)dx + \int_{35}^{60} (60 - x)dx \right\} / 60 = 125/12$$

正規分布、$N(m, \sigma^2)$、演習(19)（略）、 チェビシェフの不等式、大数の法則、その他、・・・