

問題づくりの参考に : PART 7

「フェルマーの最終定理 : $x^n+y^n=z^n$ ($n \geq 3$) は自然数解 x, y, z をもたない。」①
(フェルマーの大定理、フェルマーの最終定理、フェルマー予想とも呼ばれる)

- (参考図書) A フェルマーの最終定理 サイモン・シン 青木薫 訳 新潮文庫
(平成 18 年 6 月 1 日 第1刷発行)
B フェルマーの大定理が解けた! 足立恒雄 講談社
(1995 年 6 月 20 日 第1刷発行)
C フェルマーの大定理 整数論の源流 足立恒雄 日本評論社
(1984 年 8 月 1 日 第1刷発行)

自宅の本棚を整理していて、昔、買った上記のB、Cの2冊が目に入り、まだ読んでないのに気づく。しばらく目を通したが何かとつつきにくくて、もやもやしていたところ、JR岐阜駅の隣にある(ハートフルG)市立図書館で上のAに出合った。

Aは文庫本ではあるが、500pほど、ぶ厚く中身の濃い本で、数学のいろいろな話題、問題を扱っており、大いに楽しませてもらった。最初はAについてページの進行に従って、気になった事項などを紹介する。なお、「あとがき」にあるように発行当時、相当、人気のあった本とのこと。扱わなかった裏話も多くあり、できれば原本を読まれるよう勧めたい。

本の裏に図書館のラベルが貼ってあるが、そこには~~券~~の印があり、どなたかの寄贈の本であった。・・・うれしい出会いとなった。以後、適宜、進めることとする。

ご感想やご意見、間違いのご指摘などあれば、お聞かせください。

----- <記事、問題など> -----

A フェルマーの最終定理 サイモン・シン 青木薫 訳 新潮文庫

(本文から 以後略) 1963 年、アンソニー・ワイルズ はすでに数学の魅力の虜になっていた。(以後、羅列的に記述していく)・・・30 年の時を経て、ワイルズ は、フェルマー の最終定理に出合ったときの気持ちを語ってくれた。・・・その問題が簡単そうに見えるのは・・・ピタゴラスの定理 (本ではピュタゴラスとなっている) が基礎になっているからだ。・・・

「完全数」 約数の和がその数自身と同じになる数。(その数自身は約数に含まず。)

(例) $6 = 2 \times 3 = 1 + 2 + 3$, $28 = 2^2 \times 7 = 1 + 2 + 4 + 7 + 14$
 $496 = 2^4 \times 31 = 1 + 2 + 4 + 8 + 16 + 31 + 62 + 124 + 248$

問1 8, 128, 33, 550, 336 が完全数であることを電卓などで確認せよ。(解は後掲)

「完全数は連続した自然数の和になる。」

(例) $6 = 1 + 2 + 3 (= 3(3+1)/2)$, $28 = 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 (= 7(7+1)/2)$
 $496 = 1 + 2 + 3 + 4 + \dots + 30 + 31 (= 31(31+1)/2)$

問2 8, 128, 33, 550, 336 も連続した自然数の和になるか。

「不足数」 約数の和がその数自身より 1 少ない数

(例) $4 = 2^2$ 約数の和、 $1 + 2 = 3$ ($= 2^2 - 1$)
 $8 = 2^3$ 約数の和、 $1 + 2 + 4 = 7$ ($= 2^3 - 1$)
 $16 = 2^4$ 約数の和、 $1 + 2 + 4 + 8 = 15$ ($= 2^4 - 1$)
 $32 = 2^5$ 約数の和、 $1 + 2 + 4 + 8 + 16 = 31$ ($= 2^5 - 1$)

問3 2^n (n は自然数) は不足数になるか。また、他に不足数はあるか。

「過剰数」 約数の和がその数自身より 1 多い数

(本によれば)・・・ピタゴラス教団が頭を悩ましていたが、2500年の時を経た今日でも、数学者たちは過剰数がないことを証明できないでいるのである。・・・

「いろいろな川の実際の長さど、水源から河口までの直線距離との比は？」

ケンブリッジ大学の地球科学者のハス・ヘリック・ステムによれば・・・平均すると $3.14 \doteq \pi$ ・・・

(本に次式はあるが、証明の記述はない。微積の復習問題です。証明略)

$$\pi = 4 \left(\frac{1}{1} - \frac{1}{3} + \frac{1}{5} - \frac{1}{7} + \frac{1}{9} - \frac{1}{11} + \frac{1}{13} - \frac{1}{15} + \dots \right)$$

$x^2 + y^2 = z^2 \Rightarrow x^3 + y^3 = z^3$ (?)

