

問題づくりの参考に : PART 3

「公務員採用試験シリーズ 大学・短大卒程度 教養一般知能 数的推理 一ツ橋書店」 <その1> PART 2 に続いて、公務員試験の参考書・問題集です。気になった問題を幾つか紹介します。出題意図などを考慮し、問題文や、表現など修正しました。また、単位は適宜、省略しました。ご感想やご意見、間違いのご指摘などあれば、お聞かせください。

----- <問題、答など> -----

1. 1 から 999 までの奇数のうち $n^2 + 1$ で表されるものの合計はいくつか。(n は自然数とする。)
 1 5015 2 5005 3 4995 4 4985 5 4975 (上級地方)

(解) n は自然数で $n^2 + 1$ が奇数だから、n は偶数。n = 2k として $n^2 + 1 = 4k^2 + 1 \leq 999$
 $(2k)^2 \leq 998$, $k = 1, 2, \dots, 15$
 $(2^2 + 1) + (4^2 + 1) + \dots + (30^2 + 1) = 4(1^2 + 2^2 + \dots + 15^2) + 15$
 $= 4 \times (1/6) \times 15 \times 16 \times 31 + 15 = 4975$ (答) 5 4975

2. 次の計算における x、y にあてはまる数の和 x + y はいくつになるか。
 $4 \frac{1}{x} \times y \frac{3}{7} = 6$ 1 6 2 9 3 12 4 15 5 18

(解) 与えられた等式から、 $4y \leq 6 \therefore y = 1$
 $\frac{4x + 1}{x} \times \frac{10}{7} = 6$ $40x + 10 = 42x \therefore x = 5, x + y = 6$ (答) 1 6

3. 7 進法で示された 2 数、234 と 56 の積の各位の和はいくつになるか。正しいものを選び。ただし、和も 7 進法で求めるものとする。
 1 21 2 22 3 23 4 24 5 25 (上級地方)

(解) $234 (7) = 4 + 3 \times 7 + 2 \times 49 = 123 (10)$ 、 $56 (7) = 6 + 5 \times 7 = 41 (10)$ 、
 $123 \times 41 = 5043 (10)$ 5043 を 7 で次々割って、
 $5043 = 7 \times 720 + 3$ 、 $720 = 7 \times 102 + 6$ 、 $102 = 7 \times 14 + 4$ 、 $14 = 7 \times 2 + 0$ 、
 より、 $5043 (10) = 20463 (7)$ 、 $2 + 4 + 6 + 3 = 15 (10) = 21 (7)$ (答) 1 21

(別解) 7 進法で直接やる。

×	1	2	3	4	5	6
1	1	2	3	4	5	6
2	2	4	6	11	13	15
3	3	6	12	15	21	24
4	4	11	15	22	26	33
5	5	13	21	26	34	42
6	6	15	24	33	42	51

 <7 進法の×算表>
 (例) $4 \times 6 = 24 (10) = 33 (7)$
 $2 + 4 + 6 + 3 = 15 (10) = 21 (7)$
 (答) 1 21

4. 10 進法で 438 になる数を何進法で表すと 666 になるか。
 1 5 2 6 3 7 4 8 5 9

(解1) 666 だから 7 以上の数になり、
 $438 = 6 + 432 = 6 + 6 \cdot 72 = 6 + 6 \cdot 8 \cdot 9 = 6 + 6(8^2 + 8) = 6 + 6 \cdot 8 + 6 \cdot 8^2$
 $\therefore 438 (10) = 666 (8)$ (答) 4 8

(解2) (まともにやる。) x 進法とすると $6(x^2 + x + 1) = 438$ より、 $x^2 + x + 1 = 73$
 解いて x = 8 (答) 4 8

5. 10 進法の 0.6875 は 2 進法で表すといくつになるか。
 1 0.1001 2 0.1011 3 0.1101 4 0.1110 5 0.1111

(解1) $0.6875 (10) = \frac{6875}{10000} = \frac{11}{16} = \frac{1+2+8}{2^4} = \frac{1+2+2^3}{2^4} = \frac{1}{2} + \frac{0}{2^2} + \frac{1}{2^3} + \frac{1}{2^4}$
 $= 0.1011 (2)$ (答) 2 0.1011

(解2) $0.6875 \times 2 = \underline{1}.375$ 、 $0.375 \times 2 = \underline{0}.75$ 、 $0.75 \times 2 = \underline{1}.5$ 、 $0.5 \times 2 = \underline{1}.0$
 よって 0.1011 (2) (答) 2 0.1011

6. $3^{100} \div 7$ の計算において余りはいくつになるか。 1 1 2 2 3 3 4 4 5 5

(解)

3^x	$3^1=3$	$3^2=9$	$3^3=27$	$3^4=81$	$3^5=243$	$3^6=729$...
7 で割った余り	3	2	6	4	5	1	

$$3^6 = 104 \times 7 + 1, \quad 3^4 = 11 \times 7 + 4 \quad \text{だから}$$

$$3^{100} = (3^6)^{16} \cdot 3^4 = (104 \times 7 + 1)^{16} \times (11 \times 7 + 4) = A \times 7 + 4 \quad (\text{答}) \quad 4 \quad 4$$

7. 2進法で30桁の整数は10進法では最大何桁になるか。ただし、 $\log_{10} 2 = 0.301$ とする。
 1 10 2 11 3 12 4 13 5 14

(解) $2^{29} \leq x < 2^{30}$ $29 \log_{10} 2 \leq \log_{10} x < 30 \log_{10} 2$ $8.729 \leq \log_{10} x < 9.030$
 $10^{8.729} \leq x < 10^{9.030}$ x は 9 桁か 10 桁 (答) 1 10

8. 循環小数の割り算 $0.\dot{1}23 \div 0.\dot{1}4$ の結果を表したものは次のどれか。
 1 $0.\dot{8}714285$ 2 $0.\dot{8}71428\dot{5}$ 3 $0.\dot{8}714285$
 4 $0.\dot{8}714285$ 5 $0.\dot{8}71428\dot{5}$

(解) $x = 0.\dot{1}23$ $y = 0.\dot{1}4$ $x \div y$

$$\begin{array}{r} -100x = 12.323 \\ 99x = 12.2 \\ \hline x = \frac{122}{990} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} -100y = 14.14 \\ 99y = 14.00 \\ \hline y = \frac{14}{99} \end{array}$$

$$= \frac{122}{990} \times \frac{99}{14} = \frac{61}{70}$$

$$= 0.8714285714285 \dots$$
 (61÷70の割り算をやる。)
 (答) 1 $0.\dot{8}714285$

(感想として 電卓を使ったらどうなりますか。)

9. 立方体の各面を6色で塗り分ける場合、何通りの方法があるか。(上級地方)
 1 30通り 2 60通り 3 120通り 4 180通り 5 360通り

(解) 上の面はどれか1色を決め、底面の色は5通り、横周りの4面は円順列の
 $3! = 6$ で、 $5 \times 6 = 30$ (答) 1 30通り

10. 図の正方形の各辺の上に並んだ12個の点のうち、少なくとも2点を通る直線の数はいくつか。
 1 20 2 30 3 46
 4 62 5 66

(解) 4つの辺の上には4点あるが、その上を通る直線は1本と数えるから、
 ${}_{12}C_2 - ({}_4C_2 - 1) \times 4 = 46$ (答) 3 46

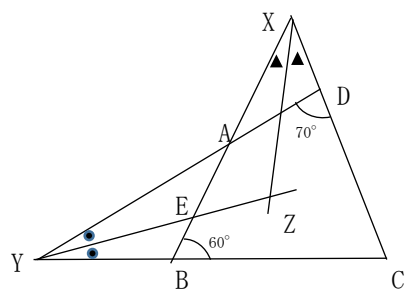
11. 図のような道がある。同じ道を再び通らず、AからBに行くのに何通りの方法があるか。
 1 13通り 2 14通り 3 15通り 4 16通り 5 17通り

(解) 5本の縦の道を、上、下で何本通るかによって場合分けする。
 通らない: 1通り、 2本通る: ${}_5C_2 = 10$ 通り、 4本通る: ${}_5C_4 = 5$ 通り、
 $1 + 10 + 5 = 16$ (答) 4 16通り

12. 5段の階段がある。1回に昇る階段の上限を3段として、自由に昇るとき、その昇り方は何通りあるか。
 1 9通り 2 10通り 3 11通り 4 12通り 5 13通り

(解) 1段ずつ×5: 1通り、 2段×1 + 1段×3: 4通り、 2段×2 + 1段×1: 3通り、
 3段×1 + 1段×2: 3通り、 3段×1 + 2段×1: 2通り
 $1 + 4 + 3 + 3 + 2 = 13$ (答) 5 13通り

13. 図のような四辺形ABCDにおいて、辺CDと辺BAの延長線の交点をX、辺DAと辺CBの延長線の交点をYとする。また、 $\angle CXB$ の二等分線と、 $\angle DYC$ の二等分線との交点をZとする。このとき、 $\angle XZY$ の大きさは次のどれか。($\angle ADC = 70^\circ$ 、 $\angle ABC = 60^\circ$)
 1 125° 2 105° 3 100°
 4 110° 5 115°



(解-邪道?) $\angle XAD = \angle YAB = 30^\circ$ とすると、 $\angle AYB = 30^\circ$ 、 $\angle AXD = 40^\circ$ 、
 $\triangle XEZ$ において、 $\angle EXZ = 20^\circ$ 、 $\angle XEZ = \angle YEB = 45^\circ \therefore \angle XZY = 115^\circ$ (答) 5 115°

(解-真面目に) $\angle CXB = 2\alpha$ 、 $\angle CYD = 2\beta$ とおく。 $\angle XAD = \angle YAB$ だから、
 $70^\circ - 2\alpha = 60^\circ - 2\beta \therefore \beta - \alpha = 5^\circ$
 $\angle XZY = 180^\circ - \alpha - \angle XEZ$ ($\triangle XEZ$ で) $= 180^\circ - \alpha - \angle YEB$
 $= 180^\circ - \alpha - (60^\circ - \beta)$ ($\triangle YEB$ で) $= 120^\circ - \alpha + \beta = 115^\circ$ (答) 5 115°