

数学散歩 号外（魔方陣 2-2） 2020. 1. α 岐阜市 村山 諒司
 「はじめての魔方陣 柴田和洋 悠光堂（市立図書館中央 YA 410.7 シ）」
 ご感想やご意見、間違いのご指摘などあれば、お聞かせください。

-----<問題、解説など>-----

<4 次の完全方陣（本より）> 4 次の魔方陣の中で、斜め上昇線上の数の和も斜め下降線上の数の和もすべて等しく魔法和の 34 になる方陣。（前回の性質③）

（本には、自由研究として次をあげています。参考までに）

「余力のある人は完全方陣の性質についての証明を考えてください。」（前回の性質③から、①、②を）

<4 次の完全方陣は3種類がそれぞれ16通りで、48個> （再掲）

ケース	縦	横
<1>	1、4、14、15	1、8、12、13
<2>	1、6、12、15	1、8、11、14
<3>	1、7、12、14	1、8、10、15

各ケース（3種類）について、前項の④（行、列の移動）から、 $4 \times 4 = 16$ 個できる。

なお、裏返ししたり、回転したり、対角線に対称移動して同じものは同じ魔方陣とする。

（問） 下の右側の欄の方陣と同じものが、左欄の4方陣の中にありますか？

（ケース<1>の例：行、列の移動により $4 \times 4 = 16$ 個）

1 12 13 8 15 6 3 10 4 9 16 5 14 7 2 1	12 13 8 1 6 3 10 15 9 16 5 4 7 2 11 14	13 8 1 12 3 10 15 6 16 5 4 9 2 11 14 7	8 1 12 13 10 15 6 3 5 4 9 16 11 14 7 2
15 6 3 10 4 9 16 5 14 7 2 1 1 12 13 8	6 3 10 15 9 16 5 4 7 2 11 14 12 13 8 1	3 10 15 6 16 5 4 9 2 11 14 7 13 8 1 12	10 15 6 3 5 4 9 16 11 14 7 2 8 1 12 13
4 9 16 5 14 7 2 1 1 12 13 8 15 6 3 10	9 16 5 4 7 2 11 14 12 13 8 1 6 3 10 15	16 5 4 9 2 11 14 7 13 8 1 12 3 10 15 6	5 4 9 16 11 14 7 2 8 1 12 13 10 15 6 3
14 7 2 1 1 12 13 8 15 6 3 10 4 9 16 5	7 2 11 14 12 13 8 1 6 3 10 15 9 16 5 4	2 11 14 7 13 8 1 12 3 10 15 6 16 5 4 9	11 14 7 2 8 1 12 13 10 15 6 3 5 4 9 16

（回転などで同じ方陣の例）

(回転)	7 9 6 12 2 16 3 13 11 5 10 8 14 4 15 1
------	---

（回転）

1 14 4 15 12 7 9 6 13 2 16 3 8 1 5 10
--

（対称）

5 11 8 10 4 14 1 15 9 7 12 6 16 2 13 3

（対称）

7 14 11 2 12 1 8 13 6 15 10 3 9 4 5 16

練習問題5 完全方陣を完成せよ。（(1)～(4)から ケース<2>、<3>について）

（ケース<2>の例） （ケース<3>の例）

(1)	1 8 11 14 12 6 15
-----	----------------------------

(2)	1 15 10 8 12 7 14
-----	----------------------------

(3)	15 4 5 10 1 12 6
-----	---------------------------

(2)	1 8 10 15 14 7 12
-----	----------------------------

（略解） 前回の性質①の2行2列の方陣の和は魔法和の 34 を利用。

(1)	1 8 11 14 12 a b c 6 d e f 15 g h i
-----	--

a=13、b=2、c=7、
d=3、e=16、f=9、
g=10、h=5、i=4
から

(2)	1 15 10 8 12 6 3 13 7 9 16 2 14 4 5 11
-----	---

(3)	15 4 5 10 1 14 11 8 12 7 2 13 6 9 16 3
-----	---

(4)	1 8 10 15 14 11 5 4 7 2 16 9 12 13 3 6
-----	---

（追加の問題）

(1)と(3)は、ケース<2>のものと思われるが、考察してください。

(考察) (1)の解

1	8	11	14
12	13	2	7
6	3	16	9
15	10	5	4

1列目を4列目へ

8	11	14	1
13	2	7	12
3	16	9	6
10	5	4	15

4行目を1行目へ

10	5	4	15
8	11	14	1
13	2	7	12
3	16	9	6

-90°回転

15	1	12	6
4	14	7	9
5	11	2	16
10	8	13	3

対角線に対称移動

15	4	5	10
1	14	11	8
12	7	2	13
6	9	16	3

<コラムから>

魔方陣は全部でいくつある？

- ◆ 3次の魔方陣は1個
- ◆ 4次の魔方陣は880個、このうち、完全方陣は48個
(参考 「方陣の研究 平山諦 阿部楽方 大阪教育図書」中央 410.7に四万陣 880個すべて掲載。)
(以下、途中略)
- ◆ 5次の完全方陣は144種類、全部で3600個
- ◆ 6次以上の魔方陣の個数については、コンピューターをもってしてもまだ未解決のようです。

(この後、いろいろ解説が続くが、理解不明な部分もあり、一部省略する。また、4次の魔方陣12種類、880個の型別一覧表も載っています。)

<オイラーの8次の魔方陣> スイスの数学者 レオンハルト・オイラー (1707 ~ 1783) の作品

1	48	31	50	33	16	63	18
30	51	46	3	62	19	14	35
47	2	49	32	15	34	17	64
52	29	4	45	20	61	36	13
5	44	25	56	9	40	21	60
28	53	8	41	24	57	12	37
43	6	55	26	39	10	59	22
54	25	42	7	58	23	38	11

《この魔方陣の神秘・魅力》

- ◆ 桂馬とびで1から64までたどれる。
(たどってみて、オイラーの「すごさ」に感心しました。)
- ◆ 4等分した小正方形について、4数(縦、横)の和が対角線を除き、魔法和260の半分の130。
(16等分した2次の小正方形については?)
縦、横の和は魔法和の260になるが、対角線の和は260になっていない。そのため、この本の著者は、いろいろ工夫、改良した魔方陣を掲載しています。

また、巻末のコラムに著者の力作である6次の魔方陣等も紹介。できれば原本にあたってください。

終章 頭の体操 魔方陣の問題 (問題1~問題5から)

問題1 3次の魔方陣(3題)と、問題4、5は省略する。

(以下、解は後掲)

問題2 4次の魔方陣を完成せよ。(1)~(12)から)

(1)

10			5
8	1		
		7	2
3		9	

(12)

		6	4
	1		
2			
10		3	5

問題3 4次の完全方陣を完成せよ。(全3問)

(1)

10		6	
		9	
11	14		
			13

(2)

			15
	13		
		7	
5		14	

(3)

	16		
4	5		
7			

(解) 入れる順に示しますので(理由=性質の)確認をよろしく。(他の順の入れ方もありそうです。)

問題2 (1)

<u>10</u>	a	b	<u>5</u>
<u>8</u>	<u>1</u>	c	d
e	f	<u>7</u>	<u>2</u>
<u>3</u>	g	<u>9</u>	h

e=13, f=12,
h=16, d=11,
c=14, b=4,
a=15, g=6

(12)

a	b	<u>6</u>	<u>4</u>
c	<u>1</u>	d	e
<u>2</u>	f	g	h
<u>10</u>	i	<u>3</u>	<u>5</u>

a=15, b=9, c=7,
g=13, d=12, e=14,
f=8, h=11, i=16

問題3 (1)

<u>10</u>	a	<u>6</u>	b
c	d	<u>9</u>	e
<u>11</u>	<u>14</u>	f	g
h	i	j	<u>13</u>

f=7, d=4, a=15,
b=3, c=5, e=16,
g=2, h=8, i=1,
j=12

(2)

a	b	c	<u>15</u>
d	<u>13</u>	e	f
g	h	<u>7</u>	i
<u>5</u>	j	<u>14</u>	k

a=10, k=4, i=9,
f=6, b=8, c=1,
d=3, e=12, g=16,
h=2, j=11

(3)

a	<u>16</u>	b	c
<u>4</u>	<u>5</u>	d	e
f	g	h	i
<u>7</u>	j	k	l

a=9, f=14, g=11,
j=2, b=3, d=10,
h=8, k=13, c=6,
e=15, i=1, l=12