数学散歩　XⅣ-2　　　　　　　　２０２０．１０．β　　岐阜市　村山錞司

--- 数学雑談いろいろ ---　　2/2

ご感想やご意見、間違いのご指摘などあれば、お聞かせください。

「笑う数学 日本お笑い数学協会 KADOKAWA」 本館 YA410.4ワ　　(続き)

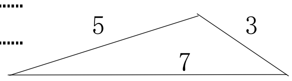
＜問題など（再掲）＞

55　素因数分解 ～ イギリス風 ～

72 を素因数分解してください。イギリスでのやり方は日本とは異なるとのこと。どうやるのだろうか？

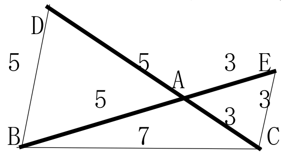
66　「漸」の訓読み知ってる？

67　余弦定理を使わなくても角の大きさが分かる！



三辺の長さが 7、5、3 の三角形の、7 の辺に対する角の大きさを求めよ。

（本から）私は余弦定理を使わずに求めることができます。三辺の長さがそれぞれ (7,5,3)、(7,5,8)、(7,8,3) の三角形の 7 の辺に対する角が 120°、60°、60° である。受験生なら…の関係を暗記しておくべき三角形です。なぜなら受験で頻出の三角形で…



（本の図で）辺の長さが7、5、3 の三角形に、5 と 3 の 2 つの正三角形をつけると 7 の辺に対する角は 120° になる。…

（疑問点）5-3、5-3 の 2 辺ずつが「まっすぐに」つながるか？

（整理して問題にした）△ABC で BC = 7、BA = 5、CA = 3 のとき、辺 CA 、BA の延長線上に点 D、E を、AD = 5、AE = 3 となるようにとれば、△ABD、△ACE はともに正三角形になり、∠BAC = 120° になる。

77　クスッと笑える数学用語

「数珠順列」と「珠数順列」のどちらが正しいか？また、それはどう読むのか。

78　美しい計算式

本にあった２つの等式が目にとまりました。何か変です？

33 + 44 + 33 + 55 = 3435　　1663 + 5003 + 3333 = 166500333

95　ひらめけば一瞬で解ける問題

$(x-a)(x-b)$ を展開すると　$x^2 - ax - bx + ab$

$(x-a)(x-b)(x-c)\cdots(x-z)$ を展開するとどうなる？

96　ハマったら夜眠れなくなっちゃう計算問題

＜テンパズル＞

与えられた１桁の数字 4 つと、＋、－、×、÷、（ ）、｛ ｝を使って 10 をつくる。

［ルール］ ① ＋、－、×、÷、（ ）、｛ ｝の使用は OK

② 数字の並べ替えも OK　③ 数字の結合と指数の使用は NG

（例）「2 3 4 5」→ 4÷2+3+5 = 10、3+4+5-2 = 10

（問）3 4 7 8 の 4 数から 10 をつくれ。

(本では) このゲームの有名な難問を出題して終りに…。答はあえて載せませんので、思いつくまでがんばってみてください！ (答はない！！！！！)

97　ハマったら夜眠れなくなっちゃう図形問題

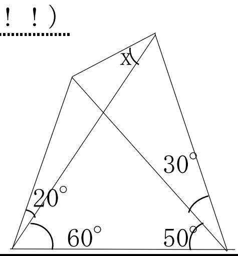
補助線が必要な問題を紹介

－「ラングレーの最初の問題」－

（ここからの発展問題が山ほどあるとのこと）

（右図参照）

図において、角 x の大きさを求めなさい。

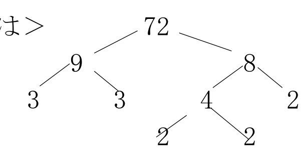


＜略解、解説など＞

55　＜日本では＞

2) 72
2) 36
2) 18
3) 9
　 3

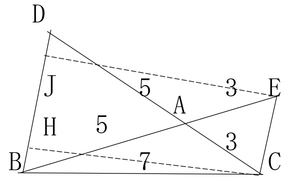
＜イギリスでは＞



あるイギリスの教科書には次のように書いてあるとのこと。

「思いついた適当な数字で割っていく」　素数が出るまで割るのだ。

66　(本から) いくつかあるとのことだが、「漸う」と書いて、「ようよう」と読むとのこと。手元の角川新字源によれば、「漸む」－すすむ、「漸く」－ようやく　とある。

67 

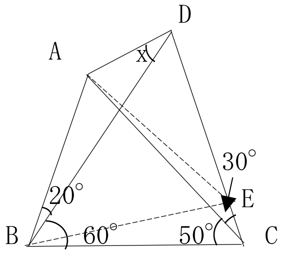
2 点 C、E から辺 BD に垂線を下し、その足を H、J とする。
△ABD、△ACE は相似比が 5：3 の 2 つの二等辺三角形になり、
BD = 5x、CE = 3x（x＞0）、BH = x、DH = 4x
$DC^2 - BC^2 = DH^2 - BH^2$　だから、　$64 - 49 = 16x^2 - x^2$
x = 1
よって、BD = 5、CE = 3 となって△ABD、△ACE はともに正三角形、∠BAC = 120°

77　「数珠順列（ｼﾞｭｽﾞｼﾞｭﾝﾚﾂ）」（舌を噛まないで、正しく発音できますか？）
（追加の質問：「一人ずつ」か「一人づつ」か？）

78　（修正）　$3^3 + 4^4 + 3^3 + 5^5 = 3435$　　$166^3 + 500^3 + 333^3 = 166500333$

95　(x − a)・・・<u>(x − x)</u>(x − y)(x − z) = 0　（過去に「数学散歩」でも扱ったように？

96　ネットで検索したら「10 パズル」とあった。3478 = 8×(3−7÷4) = 10
（追加の問題として、①　4 4 6 6　　②　1 1 5 8　　答えはこのﾚﾎﾟｰﾄのどこかに？）

97 

∠CAB = 180° − 20° − 60° − 50° = 50° = ∠ACB より BA = BC
辺 DC 上に BC = BE となる点 E をとる。BE = BC = BA
∠BEC = ∠BCE = 30° + 50° = 80° ∴　∠EBC = 20°
∠ABE = 20° + 60° − 20° = 60° よって、△ABE は正三角形。
BA = BE = AE　また、∠DBE = 60° − 20° = 40°、
∠BDE = ∠BEC − ∠DBE = 80° − 40° = 40°、DE = BE = AE
∠AED = 180° − 60° − 80° = 40°、∠ADE = (180° − 40°)/2 = 70°
x = ∠ADB =∠ADE − ∠BDE = 70° − 40° = <u>30°（答）</u>

〖＜ﾎｰﾑﾍﾟｰｼﾞの「会員の活躍」欄の閲覧について〗（過去のﾚﾎﾟｰﾄで気になることがありました。）
「会員の活躍」欄を開くと、「平成２６、２５年度」は青色で表示され、ｸﾘｯｸすると、
「Webﾍﾟｰｼﾞが見つかりません」とのﾒｯｾｰｼﾞ、そこでﾋﾟﾝｸ色（？）の「平成２７年度」を開くと、
「平成２６年度～平成２２年度」がﾋﾟﾝｸ色で表示され、ｸﾘｯｸして閲覧することができました。

＜「数学散歩（2） 2013.8.α」 から　＞

問題３　楕円上の一点とその焦点とを結ぶ線分を直径とする円は、補助円（長軸を直径とする円）に接することを証明せよ。（何か気になり、まともにやってみましたが・・・）

（参考）　２つの円 O、O'が接する⇒２円の中心と接点は同一直線上にある…(A)
（・・・の点検をよろしく）

（略証－図略）　楕円を　$\dfrac{x^2}{a^2} + \dfrac{y^2}{b^2} = 1$　(a＞b＞0) とおく。

楕円上の点　P_0（$a\cos\theta, b\sin\theta$）、焦点を F（ae,0）、F'（− ae,0）（$ae = \sqrt{a^2 - b^2}$）

$$FP_0 = \sqrt{a^2(\cos\theta - e)^2 + b^2 \cdot \sin\theta^2}$$

$$= \cdots = a(1 - e\cos\theta) = a - e\,x_0$$ （円の直径の長さ、焦点距離）

円の中点 M は、$\left(\dfrac{a(\cos\theta + e)}{2}, \dfrac{b\sin\theta}{2}\right)$

$$OM = \sqrt{\left\{\frac{a(\cos\theta + e)}{2}\right\}^2 + \left\{\frac{b\sin\theta}{2}\right\}^2} = \cdots = \frac{a(1+e\cos\theta)}{2}$$

FP_0 を直径とする円は、$\left(x - \dfrac{a(\cos\theta + e)}{2}\right)^2 + \left(y - \dfrac{b\sin\theta}{2}\right)^2 = \left(\dfrac{a(1 - e\cos\theta)}{2}\right)^2$

２つの円の接点 Q を求める。直線 OM 上の点 Q は、$\left(\dfrac{a(\cos\theta + e)t}{2}, \dfrac{b\sin\theta\, t}{2}\right)$ とおける。

・・・

$$(t-1)^2 \left\{\left(\frac{a(\cos\theta + e)}{2}\right)^2 + \left(\frac{b\sin\theta}{2}\right)^2\right\} = \left(\frac{a(1 - e\cos\theta)}{2}\right)^2$$

・・・

$$(t-1)^2 \{a(1 + e\cos\theta)\}^2 = \{a(1 - e\cos\theta)\}^2$$

t ＞ 1 より　$t = 1 + \dfrac{1 - e\cos\theta}{1 + e\cos\theta} = \dfrac{2}{1 + e\cos\theta}$

$$OQ = t \cdot OM = \frac{2}{1+e\cos\theta} \cdot \frac{a(1+e\cos\theta)}{2} = a$$

点 Q は補助円の周上にあり、２つの円は接する。

96の追加 ①　(4+6×6)÷4=10 ②　8÷(1−1÷5)=10

付記：車のナンバーは４桁の数字で、同様に楽しめます。（過去にも紹介したと思いますが？）